

令和 8 年度 九州大学大学院 工学府

土木工学専攻

修士課程入学試験 問題冊子

数 学

注意事項

1. 「始め」の合図があるまでは、試験問題冊子の中身を見てはいけません。
2. 試験問題は【問題 1】から【問題 7】の計 7 問です。試験問題冊子は、16 ページ目まであります。
3. すべての問題を解答してください。
4. 机の上に置ける物は、時計（携帯電話は不可）、シャープペンシル（鉛筆でも可）、消しゴム、受験票だけです。これら以外のものを机の上に置きたい場合は試験監督者の許可を得てください。許可無く机の上に置いた場合は、不正行為と見なし、退出を命じます。
5. 試験時間中は携帯電話は教卓で預かり、保管しますので、必ず今の段階で提出して下さい。
6. 試験問題冊子のホッチキスはずしてはいけません。
7. 「始め」の合図があったら、ただちにページの不足および印刷の不鮮明なところが無いことを確かめてください。もしあったら取り替えますから、手を挙げて申し出てください。
8. 試験時間中に問題冊子表紙上方の指定の欄に受験番号と氏名を記入してください。
9. 「解答止め」の合図があったら、ただちに解答の作成を止め、試験問題冊子および解答冊子を回収するまでそのまま待っていてください。

【問題 1】 次の①から④の関数を x で微分しなさい。(15 点)

① $\sin(\log x)$

② $\sin^{-1} x$

③ $\sin(x^x)$

④ $\sinh^{-1} x$ (まず, $\sinh^{-1} x$ を \log を用いて表した上で, 求めなさい。)

(計算用紙)

【問題 2】 次の(1)および(2)の問いに答えなさい。(15 点)

(1) n を 2 以上の自然数とする。

$$\int \sin^n x \, dx = -\frac{1}{n} \sin^{n-1} x \cos x + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x \, dx$$

となることを示した上で、以下の値を求めなさい。

$$\int_0^{\pi/2} \sin^8 x \, dx$$

(2) 次の 2 重積分を求めなさい。

$$\iint_D (x+y) \, dx \, dy \quad D : \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

(計算用紙)

【問題 3】 次の(1)および(2)の問いに答えなさい。(25 点)

(1) 行列 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & c & 1 \\ 0 & b & 1 & 0 \\ a & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ の逆行列を求めなさい。なお, a, b, c は実数とする。

(2) 行列 $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ について, 次の①, ②の問いに答えなさい。

① 行列 \mathbf{B} の固有値をすべて求めなさい。

② 上記①で求めた固有値のうち, 最大の固有値に対して, 単位固有ベクトルを求めなさい。

(計算用紙)

【問題 4】 $f(x)$, $g(x)$ は変数 x の 1 変数関数とする。次の初期条件の下, 連立微分方程式を解きなさい。ただし, $f'(x)$, $g'(x)$ は, 関数 $f(x)$, $g(x)$ の導関数である。自然対数の底 (ネイピア数) は e とする。 (12 点)

$$\begin{cases} f'(x) + g'(x) + f(x) + g(x) = 1 \\ g'(x) - 2f(x) - g(x) = 0 \end{cases} \quad \text{初期条件 : } f(0) = 1, \quad g(0) = 0$$

(計算用紙)

【問題 5】関数 $y = f(x)$ は変数 x の 1 変数関数である (但し, $x > 0$)。式(1)に示す 2 階の線形常微分方程式の解のうち, 条件 $f\left(\frac{1}{2}\pi\right) = 2$, $f(\pi) = 1$ を満足する $y = f(x)$ を求めたい。次の (1) および (2) の問いに答えなさい。ただし, 円周率は π とする。 (13 点)

$$x \frac{d^2 y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} + xy = 0 \quad \cdots \cdots (1)$$

(1) 変数 x の 1 変数関数である $u(x)$ が $u(x) = u = xy = xf(x)$ と表されるとする。このとき, 式

(1) を u と $\frac{du}{dx}$ と $\frac{d^2 u}{dx^2}$ の中から必要なものを用いて表しなさい。

(2) 小問(1)で得られた微分方程式を解き, 与えられた条件を満足する $y = f(x)$ を求めなさい。必要ならば, オイラーの公式 $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ (e : 自然対数の底, i : 虚数単位 ($i^2 = -1$), θ : 実数) を用いても良い。

(計算用紙)

【問題 6】 確率密度関数 $f(x)$ が,

$$f(x) = \begin{cases} a & (0.2 \leq x \leq 0.7) \\ 0 & (x < 0.2, x > 0.7) \end{cases}$$

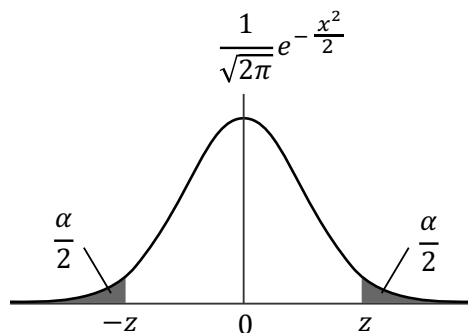
で与えられているものとする (a は定数)。次の(1)~(4)の問いに答えなさい。(10点)

- (1) 正の定数 a を求めなさい。
- (2) $0.3 \leq x \leq 0.6$ である確率 $P(0.3 \leq x \leq 0.6)$ を求めなさい。
- (3) 平均 μ , および, 分散 σ^2 を求めなさい。なお, 分散 σ^2 は有効数字 3 桁まで求めなさい。
- (4) いま, 確率変数 y が確率変数 x を使って $y = 2x + 1$ という関係で表されるとき, y の確率密度関数 $g(y)$ を求めなさい。

(計算用紙)

【問題7】 ある県のイチゴのブランドAは、これまで同県内で生産されているイチゴのどの品種よりも大きくなるように品種改良されている。ブランドAの質量は、これまでの生産データにより、平均が20 g, 標準偏差4 gの正規分布に従うことがわかっている。いま、銘柄がわからない同県産のイチゴを25個仕入れたところ、その質量の平均は16 g, 標準偏差は4 gであった。この仕入れたイチゴがブランドAであるかどうか、統計的仮説を用いて検討したい。以下の(1)および(2)の問いに答えなさい。必要に応じて下表を用いてよい。(10点)

- (1) 統計的仮説での帰無仮説 H_0 と、対立仮説 H_1 を述べなさい。
- (2) 仕入れたイチゴの標準偏差とブランドAの標準偏差が同じものとして、有意水準5%で仮説を検定しなさい。



陰影部の面積の和が α となる z の値

α	z
0.01	2.576
0.02	2.326
0.05	1.960
0.10	1.645
0.20	1.282

(計算用紙)

問題冊子

裏 面