

## 令和4年度 九州大学大学院 工学府

## 土木工学専攻

## 修士課程入学試験問題冊子

## 数学

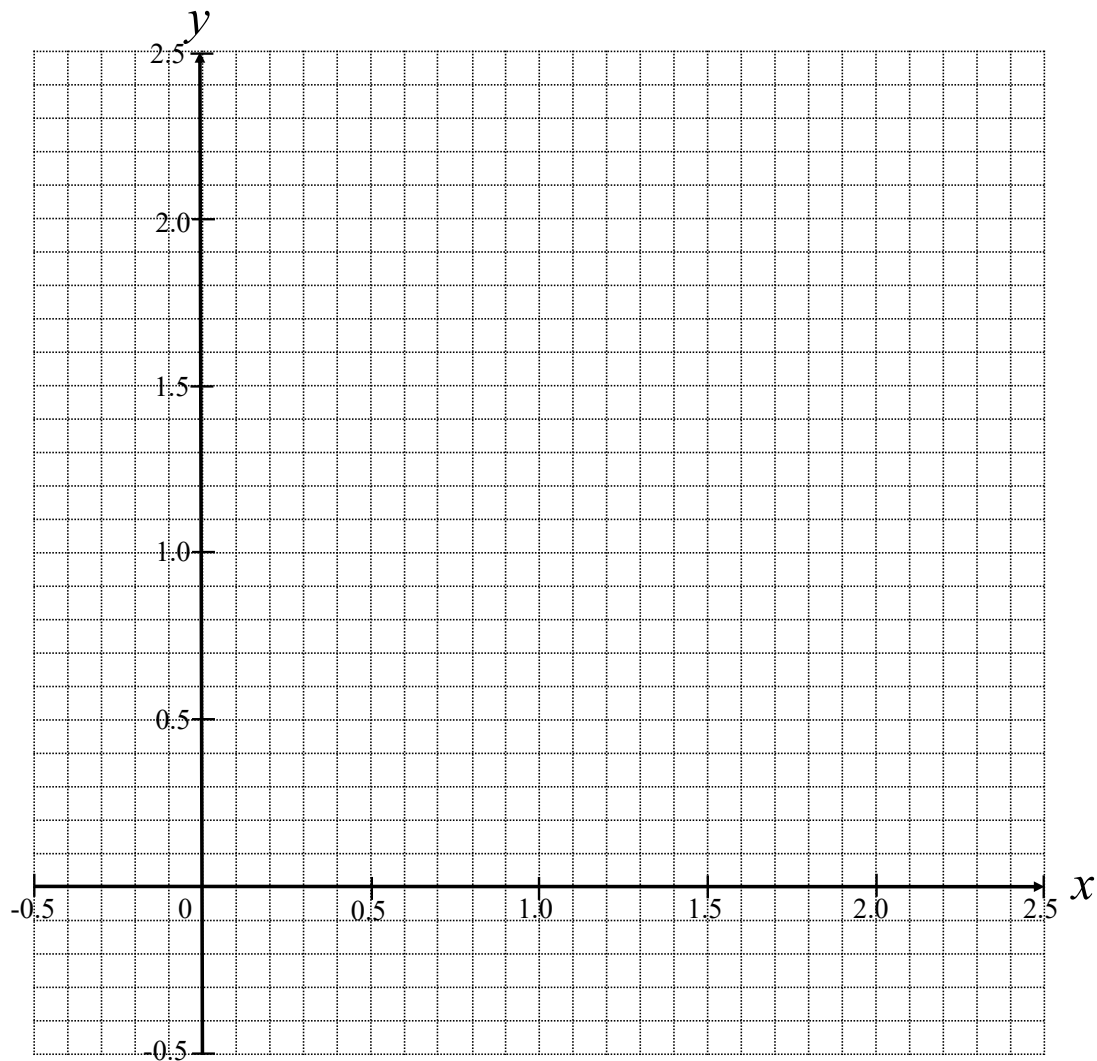
## 注意事項

1. 「始め」の合図があるまでは、試験問題冊子の中身を見てはいけません。
2. 試験問題は【問題1】から【問題6】の計6問です。試験問題冊子は、8ページ目まであります。
3. すべての問題を解答してください。
4. 机の上に置ける物は、時計（携帯電話は不可）、シャープペンシル（鉛筆でも可）、消しゴム、受験票だけです。これら以外のものを机の上に置きたい場合は試験監督者の許可を得てください。許可無く机の上に置いた場合は、不正行為と見なし、退出を命じます。
5. 試験時間中は携帯電話は教卓で預かり、保管しますので、必ず今の段階で提出して下さい。
6. 試験問題冊子のホッチキスをはずしてはいけません。
7. 「始め」の合図があったら、ただちにページの不足および印刷の不鮮明なところが無いことを確かめてください。もしあったら取り替えますから、手を挙げて申し出てください。
8. 試験時間中に問題冊子表紙上方の指定の欄に受験番号と氏名を記入してください。
9. 「解答止め」の合図があったら、ただちに解答の作成を止め、試験問題冊子および解答冊子を回収するまでそのまま待っていてください。

余白（計算に使用しても良い）

【問題 1】 関数  $y = x \log x$  の概形を、解答用紙に与えられた範囲内で示せ。この際、以下の 2 点に注意して作図すること。(15 点)

- ・ 図中の範囲内に極値あるいは変曲点があるかを調べた上で、存在する場合にはその座標の値を図中と解答欄に示せ。ない場合には「なし」と示すこと。
- ・  $x$  軸との交点は必ず求めること。また、この点での接線を、破線の直線で示し、この傾きの値を図中と解答欄に示せ。



【問題2】 双曲面  $z = f(x, y) = xy$  が円柱面  $x^2 + y^2 = 4$  により切り取られる部分の表面積  $S$  を、以下の手順により求めよ。(15点)

- (1) 求めるべき図形は原点に対して対称であることを使えば、 $x \geq 0, y \geq 0$  の部分の表面積の4倍として評価できる。この部分領域を  $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}$  として与えることにし、求めるべき表面積  $S$  を与える式を2重積分の形として  $x, y$  を使って表せ(答えは  $S = \text{〇〇}$  の形で解答すること)。このとき、2重積分の領域は部分領域  $D$  を使って与えること。
- (2) (1)で与えた式を領域積分し、表面積  $S$  の値を求めよ。((1)の結果を使わずに、そのまま求めても良い。)

【問題3】 1階の常微分方程式①を考える。以下の(1)~(3)の問いに答えよ。(24点)

$$X(x, y)dx + Y(x, y)dy = 0 \quad \text{①}$$

- (1) 式①が  $\frac{\partial X}{\partial y} = \frac{\partial Y}{\partial x}$  を満たすとき、完全微分方程式（または完全微分形）という。完全微分方程式②の一般解を求めよ。

$$(y - x^3)dx + (x - \sin y)dy = 0 \quad \text{②}$$

- (2) 式①が完全微分方程式でない場合、式③のように両辺に  $x, y$  の関数  $P(x, y)$  ( $\neq 0$ ) を乗じると完全微分方程式になることがある。このとき、 $P(x, y)$  を積分因子（または積分因数）という。もし、積分因子が式④に示すように  $y$  のみの関数  $Q(y)$  であるとき、 $Q(y)$  は、 $X, Y, x, y$  を用いてどのように表されるか、示せ。

なお、例えば、 $X(x, y)$  の  $y$  による偏微分は、 $\frac{\partial X}{\partial y}$  のように表してよい。

$$P(x, y)X(x, y)dx + P(x, y)Y(x, y)dy = 0 \quad \text{③}$$

$$Q(y)X(x, y)dx + Q(y)Y(x, y)dy = 0 \quad \text{④}$$

- (3) 微分方程式⑤は、 $y$  のみの関数を積分因子として持つことがあらかじめ分かっている。(2)の結果を用いて、式⑤の一般解を求めよ。

$$(xy^2 - y^3)dx + (1 - xy^2)dy = 0 \quad \text{⑤}$$

【問題4】 以下の(1)~(3)の問いに答えよ。(30点)

(1) 次の行列 $A$ について、 $n$ 乗  $A^n$  を求めよ。 $n$ は2以上の整数とする。

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(2) 次の行列 $B$ について、 $n$ 乗  $B^n$  を求めよ。 $n$ は2以上の整数、 $b \neq 0$ とする。

$$B = \begin{pmatrix} b & 1 & 0 & 0 \\ 0 & b & 1 & 0 \\ 0 & 0 & b & 1 \\ 0 & 0 & 0 & b \end{pmatrix}$$

(3) 次の行列 $C$ を対角化せよ。

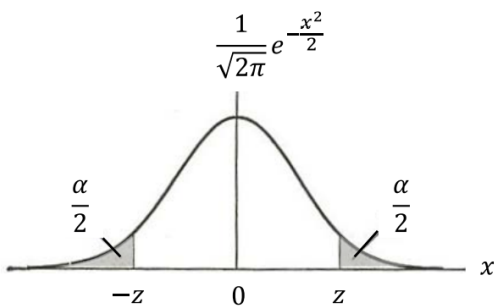
$$C = \begin{pmatrix} 13 & -30 \\ 5 & -12 \end{pmatrix}$$

【問題5】 確率密度が以下の $f(x)$ で与えられる連続分布について、平均と分散を求めよ。(8点)

$$f(x) = \begin{cases} 2(1-x) & (0 \leq x \leq 1) \\ 0 & (x < 0, x > 1) \end{cases}$$

【問題6】 A工場で製造された鉄筋から無作為に9本を選び、引張強度を測定したところ、標本平均 $\bar{X}$ は500 N/mm<sup>2</sup>であった。A工場で製造される鉄筋の引張強度は正規分布に従い、引張強度の母標準偏差 $\sigma$ が75 N/mm<sup>2</sup>であることが分かっているとき、A工場で製造される鉄筋の引張強度の母平均 $\mu$ の95%信頼区間を求めよ。解答にあたり、下の附表を参照してよい。(8点)

附表



附表 陰影部の面積の和が $\alpha$ となる $z$ の値

$\alpha$	$z$
0.01	2.576
0.02	2.326
0.05	1.960
0.10	1.645
0.20	1.282

余白（計算に使用しても良い）