

## 令和3年度 九州大学大学院 工学府

## 土木工学専攻

## 修士課程入学試験問題冊子

## 数学

## 注意事項

1. 「始め」の合図があるまでは、試験問題冊子の中身を見てはいけません。
2. 試験問題は【問題 1】から【問題 7】の計 7問です。試験問題冊子は、8 ページ目まであります。
3. すべての問題を解答してください。
4. 机の上に置ける物は、時計（携帯電話は不可）、シャープペンシル（鉛筆でも可）、消しゴム、受験票だけです。これら以外のものを机の上に置きたい場合は試験監督者の許可を得てください。許可無く机の上に置いた場合は、不正行為と見なし、退出を命じます。
5. 試験時間中は携帯電話を教卓で預かり、保管しますので、必ず今の段階で提出して下さい。
6. 試験問題冊子のホッチキスをはずしてはいけません。
7. 「始め」の合図があったら、ただちにページの不足および印刷の不鮮明なところが無いことを確かめてください。もしあれば取り替えますので、手を挙げて申し出てください。
8. 試験時間中に問題冊子表紙上方の指定の欄に受験番号と氏名を記入してください。
9. 「解答止め」の合図があったら、ただちに解答の作成を止め、試験問題冊子および解答冊子を回収するまでそのまま待っていてください。

【問題1】  $xy$ 面上で定義される曲線  $x^2 + (y - a)^2 = b^2$  ( $0 < b < a$ ) を  $x$ 軸まわりに1回転して得られる立体の体積と表面積を求めよ。(10点)

【問題2】 半球  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$  ( $z > 0$ ) と円柱  $(x - 1)^2 + y^2 \leq 1$  の共通部分の体積を求めよ。(15点)

【問題3】 (1)および(2)の常微分方程式を、与えられた境界条件を満たすように解け。(16点)

(1)  $(x + y + 1) + (2x + 2y - 1)y' = 0$  (境界条件:  $x = 0$  のとき  $y = 3$ )

(2)  $y'' - 2y' - 3y = x^2$  (境界条件:  $x = 0$  のとき  $y = 1$ ,  $y' = -1$ )

【問題4】 直角座標系  $(x, y)$  において次の性質を満たす曲線を、以下の(1)および(2)にしたがって求めよ。(14点)

『曲線上の点  $P$  における法線に、原点  $O$  から下ろした垂線の長さが、 $P$  の  $y$  座標に等しい。』

(1) 上記の性質を満たすように、 $x$  と  $y$  の関係を微分方程式で表わせ。

(2) この微分方程式を解いて、曲線の式を求めよ。ただし、この曲線は  $(x, y) = (1, 1)$  を通る。

余白（計算に使用しても良い）

【問題5】3次元の直交座標系（デカルト座標系）を考え、第1, 2, 3軸をそれぞれ  $x, y, z$  軸とする。以下の問いに答えよ。（15点）

(1) 3次元空間上に点A (1, 1, 2) , 点B (0, -2, 1) , 点C (3, -1, 0) の3点が存在する。この3点を通る平面の方程式を求めよ。

(2) 3次元空間上に点Dが存在し、 $\overline{AB}$  ,  $\overline{AC}$  ,  $\overline{AD}$  の3つのベクトルがなす平行六面体の体積が24となる時、点Dが描く軌跡の方程式を求めよ。答えは2つあるので注意すること。

【問題6】 $n$  次の正方行列  $\mathbf{A}$  が実対称行列である場合、適切な行列  $\mathbf{P}$  を選び、逆行列  $\mathbf{P}^{-1}$  を求め、 $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P}$  により得られた行列は対角行列となる事が分かっている。実対称行列  $\mathbf{A}$  が下のように表される時、対角化するために必要な行列  $\mathbf{P}$  と  $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{P}$  により得られた対角行列  $\mathbf{B}$  を示せ。なお、解答に際し、行列  $\mathbf{P}$  の逆行列  $\mathbf{P}^{-1}$  の成分を解答する必要は無い。（15点）

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

余白（計算に使用しても良い）

【問題7】ある感染症が拡大しており、人口10万人あたり1000人が感染している。あなたがこの感染症に罹患しているかどうか検査をしてもらったところ陽性と判定されたとき、本当に陽性である確率を求めよ。ただし、この検査は、ある人がその感染症に罹患している場合、80%の確率で陽性と判定するが、罹患していない人にも2%の確率で陽性と判定するものとする。（15点）

余白（計算に使用しても良い）

問題冊子裏面