

## 令和2年度 九州大学大学院 工学府

## 地球環境工学専攻群(建設都市系)

## 修士課程入学試験問題冊子

## 数学

## 注意事項

1. 「始め」の合図があるまでは、試験問題冊子の中身を見てはいけません。
2. 試験問題は【問題1】から【問題6】の計6問です。試験問題冊子は、7ページ目まであります。
3. すべての問題を解答してください。
4. 机の上に置ける物は、時計（携帯電話は不可）、シャープペンシル（鉛筆でも可）、消しゴム、受験票だけです。これら以外のものを机の上に置きたい場合は試験監督者の許可を得てください。許可無く机の上に置いた場合は、不正行為と見なし、退出を命じます。
5. 試験時間中は携帯電話は教卓で預かり、保管しますので、必ず今の段階で提出して下さい。
6. 試験問題冊子のホッチキスをはずしてはいけません。
7. 「始め」の合図があったら、ただちにページの不足および印刷の不鮮明なところが無いことを確かめてください。もしあったら取り替えますから、手を挙げて申し出てください。
8. 試験時間中に問題冊子表紙上方の指定の欄に受験番号と氏名を記入してください。
9. 「解答止め」の合図があったら、ただちに解答の作成を止め、試験問題冊子および解答冊子を回収するまでそのまま待っていてください。

【問題 1】 以下の問いに答えよ。(15 点)

(1) 次の関数  $y(x)$  を  $x$  で微分せよ。

$$y(x) = \sqrt[3]{3x+1}$$

(2) 次の関数  $y(x)$  を  $x$  で微分せよ。

$$y(x) = x^x$$

(3) 次の重積分の値を求めよ。(  $D$  は積分領域とする。 )

$$\iint_D (x+1) dx dy \quad D = \left\{ (x,y) \mid \frac{1}{4}x^2 \leq y \leq \frac{3}{x+1} \quad x \geq 0 \right\}$$

【問題 2】 回転放物面  $z = x^2 + y^2$ , 円柱面  $x^2 + y^2 = 2$ ,  $xy$  平面で囲まれた立体の体積  $V$  を重積分により求めよ。(15 点)

【問題 3】 以下の常微分方程式を, 与えられた境界条件(B.C. と記す)の下で解け。(15 点)

(1)  $x \frac{dy}{dx} - y = \sqrt{x^2 + y^2}$  (B.C.  $y(1) = 0$ )

(2)  $\frac{d^2y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} - 8y = e^{2x}$  (B.C.  $y(0) = 0, y'(0) = 0$ ) ( $y'(x) = \frac{dy}{dx}$ )

【問題 4】 以下の連立微分方程式を解き,  $x(t)$  および  $y(t)$  の解を求めよ。(10 点)

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= x + y + 2t \\ \frac{dy}{dt} &= -x + 3y \end{aligned}$$

余白(計算に使用しても良い)

【問題 5】  $n$  行  $n$  列の実正方行列  $\mathbf{U}$  において、その転置行列  $\mathbf{U}'$  と逆行列  $\mathbf{U}^{-1}$  が等しいとき、実正方行列  $\mathbf{U}$  は直交行列となり、行列  $\mathbf{U}$  の  $n$  本の行ベクトルは正規直交基底をなすことが知られている。以下の問いに答えよ。(25 点)

(1) 3 次元直交座標系を考え、3 次元空間上に 3 つのベクトル  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  が存在している。 $\vec{a} = \left( \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$ ,  $\vec{b} = \left( -\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$  であるとき、3 つのベクトルが新たな正規直交基底となるためのベクトル  $\vec{c}$  を求めよ。なお、ベクトル  $\vec{c}$  の解は 2 つ存在するが、そのうち、第一成分が正の値のものを求めよ。

(2) 3 行 3 列の行列  $\mathbf{U}$  があり、3 本の行ベクトルが、小問(1)で記したベクトル  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  で構成されるとき、この行列  $\mathbf{U}$  の逆行列を求めよ。

(3) 3 次元直交座標系を考え、3 つのベクトル  $\vec{p}$ ,  $\vec{q}$ ,  $\vec{r}$  が同じ大きさであり、かつ、互いに直交とする。3 つのベクトルの座標値がそれぞれ、 $\vec{p} = (x_p, y_p, z_p)$ ,  $\vec{q} = (x_q, y_q, z_q)$ ,  $\vec{r} = (x_r, y_r, z_r)$  で表され、全てのベクトルの大きさが  $L$  とするとき、 $\vec{p}$  の方向がどこにあっても、 $x_p^2 + x_q^2 + x_r^2$  の値が一定値となることを証明し、その値を求めよ。

余白(計算に使用しても良い)

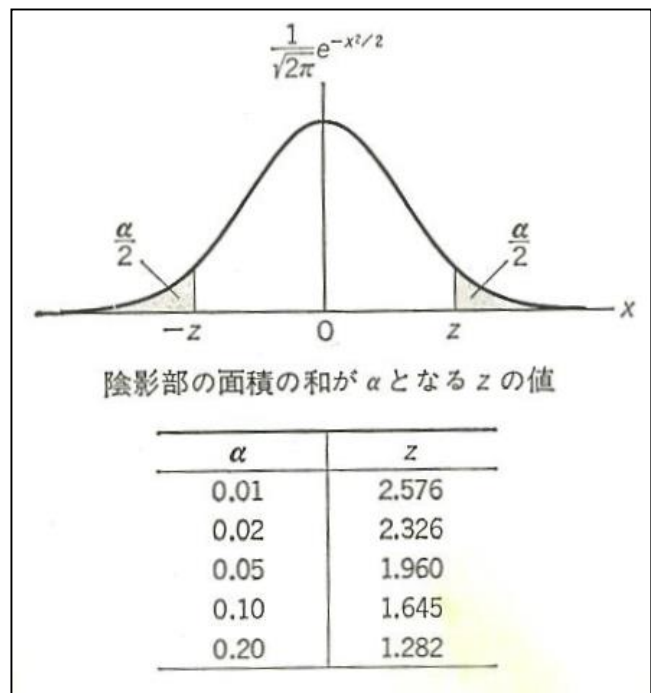
【問題 6】 以下の問いに答えよ。(20 点)

- (1) ある湖において 8 地点で採水し、COD 濃度を計測したところ、以下のようなデータを得た。このデータを用いて母平均と母分散の不偏推定量を求めよ。

8    4    6    7    9    4    9    9    単位 (mg/l)

- (2) ある河川で 100 匹の鮎を採捕して全長を測定したところ、標本平均  $\bar{X} = 15\text{cm}$  であった。母平均  $\mu$  の 95%信頼区間を求めよ。ただしこの川の鮎の全長は正規分布に従うものとし、母標準偏差は  $\sigma=3\text{cm}$  とする。(下記の附表を用いて解答せよ。)

附表



余白(計算に使用しても良い)

問題冊子裏面